

Určeno pro posluchače všech bakalářských studijních programů FS

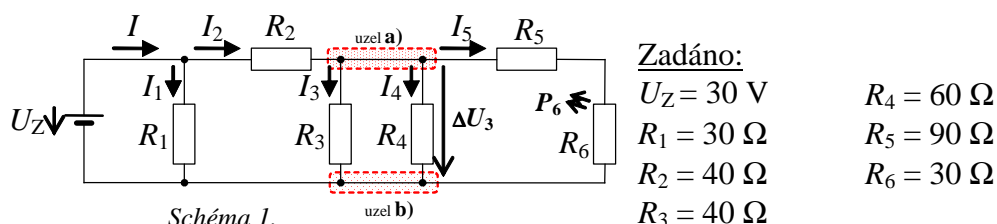
Upravil Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D. – září 2005

2. STEJNOSMĚRNÉ OBVODY

Příklad 2.1

(výpočet obvodových veličin metodou postupného zjednodušování a užitím O. Z.):

V následujícím obvodu určete metodou postupného zjednodušování hodnoty zadaných proudů, napětí a výkonů.



Určit:

celkový odpor a) R_C , b) $I, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$, c) $\Delta U_{a,b}$, d) výkon P_6 (na rezistoru R_6)

Řešení:

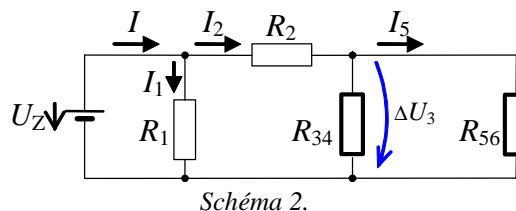
Ad a)

Rezistory R_3 a R_4 jsou spojeny paralelně, vypočítáme jejich výsledný odpor:

$$R_{34} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{60}} = 24 \Omega$$

Rezistory R_5 a R_6 jsou zapojeny sériově, jejich výsledný odpor:

$$R_{56} = R_5 + R_6 = 90 + 30 = 120 \Omega$$

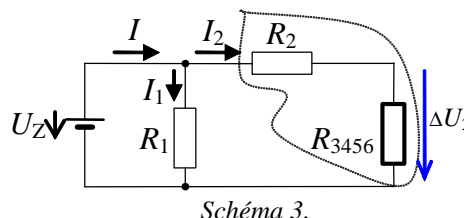


Obvod se nám pak zjednoduší na schéma 2.

Dále vidíme, že rezistory R_{34} a R_{56} jsou paralelně, jejich výsledný odpor:

$$R_{3456} = \frac{1}{\frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_{56}}} = \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{120}} = 20 \Omega$$

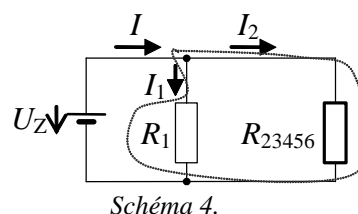
Tím se nám obvod dále zjednoduší na následující schéma 3:



Rezistory R_{3456} a R_2 jsou zapojeny sériově, jejich výsledný odpor:

$$R_{23456} = R_{3456} + R_2 = 20 + 40 = 60 \Omega$$

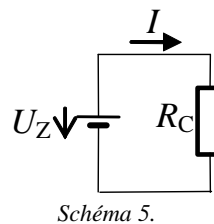
Obvod se tímto krokem dále zjednoduší (schéma 4):



Rezistory R_1 a R_{23456} jsou zapojeny paralelně, jejich výsledný odpor R_C je zároveň celkový odpor vzhledem ke svorkám zdroje:

$$R_C = \frac{1}{\frac{1}{R_{23456}} + \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{30}} = 20 \Omega$$

Obvod se nám zjednoduší na konečné schéma (schéma 5):



Ad b)

Při řešení jednotlivých veličin v obvodě nyní postupujeme „pozpátku“ po jednotlivých zjednodušených schématech a vypočítáváme jednotlivé veličiny.

Vypočítáme celkový proud I z Ohmova zákona (podle schématu 5): $I = \frac{U_Z}{R_C} = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ A}$

Dále proudy I_1 a I_2 podle schématu 4: $I_1 = \frac{U_Z}{R_1} = \frac{30}{30} = 1 \text{ A}$ $I_2 = \frac{U_Z}{R_2} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ A}$

Ad c)

V dalším kroku se vrátíme ke schématu 3. a vypočítáme ΔU_3 :

$$\Delta U_{a,b} = I_2 \cdot R_{3456} = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ V}$$

Ve schématu 2. vidíme, že napětí ΔU_3 je na rezistoru R_{56} , kterým protéká proud I_5 :

$$I_5 = \frac{\Delta U_{a,b}}{R_{56}} = \frac{10}{120} = 0,0833 \text{ A}$$

Vrátíme-li se k původnímu schématu vidíme také, že napětí ΔU_3 je zároveň napětím na rezistorech R_3 a R_4 , proudy těmito rezistory můžeme tedy vypočítat jako:

$$I_3 = \frac{\Delta U_{a,b}}{R_3} = \frac{10}{40} = 0,25 \text{ A} \quad I_4 = \frac{\Delta U_{a,b}}{R_4} = \frac{10}{60} = 0,1667 \text{ A}$$

Ad d)

Výkon na rezistoru R_6 můžeme vypočítat z proudu tímto rezistorem a jeho odporu:

$$P_6 = R_6 \cdot I_6^2 = 30 \cdot 0,0833^2 = 0,2083 \text{ W}$$

Příklad 2.2 (řešení pomocí metody Kirchhoffových rovnic) :

Máme dvě paralelně spojené autobaterie, každá má určité vnitřní napětí U_i a vnitřní odpor R_i . Připojovací kabely mají odpor R_V .

Vypočítejte napětí a proudy v obvodě.

Zadáno:

$$U_{i1} = 13 \text{ V}$$

$$R_{i1} = 0,08 \Omega$$

$$R_{V1} = 0,06 \Omega$$

$$R_Z = 0,35 \Omega$$

$$U_{i2} = 11,2 \text{ V}$$

$$R_{i2} = 0,3 \Omega$$

$$R_{V2} = 0,04 \Omega$$

Určit:

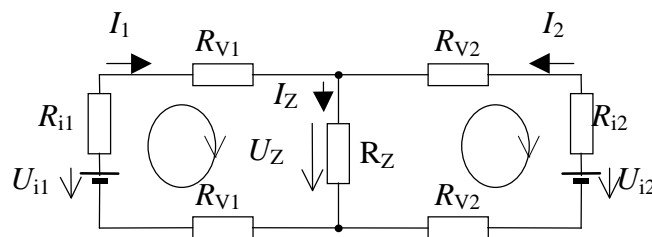
a) I_1 , I_2 , b) U_Z

Ad a)

K řešení použijeme metodu Kirchhoffových rovnic.

Pro obvod sestavíme tři rovnice, dvě podle II. Kirchhoffova zákona (pro napětí ve smyčkách) a jednu podle I. Kirchhoffova zákona (pro proudy v uzlu).

Neznámými budou proudy. Napětí, která jsou ve směru šipek uvnitř smyčky budeme považovat za kladná, proudy vtékající do uzlu za kladné. Napětí na odporech vyjádříme z Ohmova zákona jako $R \cdot I$.



Rovnice podle II. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku:

$$-U_{i1} + R_{i1} \cdot I_1 + R_{V1} \cdot I_1 + R_Z \cdot I_Z + R_{V1} \cdot I_1 = 0$$

Rovnice podle II. Kirchhoffova zákona pro pravou smyčku:

$$-R_Z \cdot I_Z - R_{V2} \cdot I_2 - R_{i2} \cdot I_2 + U_{i2} - R_{V2} \cdot I_2 = 0$$

Rovnice podle I. Kirchhoffova zákona pro horní uzel:

$$I_1 + I_2 - I_Z = 0$$

Rovnice upravíme:

$$(R_{i1} + R_{V1} + R_{V1}) \cdot I_1 + R_Z \cdot I_Z = U_{i1}$$

$$-R_Z \cdot I_Z + (-R_{V2} - R_{i2} - R_{V2}) \cdot I_2 = -U_{i2}$$

$$I_1 + I_2 - I_Z = 0$$

Do rovnic dosadíme konkrétní čísla a vyčíslíme závorky:

$$0,2 \cdot I_1 + 0,35 \cdot I_Z = 13$$

$$0,35 \cdot I_Z + 0,38 \cdot I_2 = 11,2$$

$$I_1 + I_2 - I_Z = 0$$

Tuto soustavu rovnic můžeme řešit jakýmkoli způsobem, v tomto řešeném příkladě použijeme dosazovací metodu, ale možná by byla i jakákoli jiná.

Vyjádříme si I_Z

$I_Z = I_1 + I_2$, toto dosadíme do prvních dvou rovnic:

$$0,2 \cdot I_1 + 0,35 \cdot (I_1 + I_2) = 13$$

$$0,35 \cdot (I_1 + I_2) + 0,38 \cdot I_2 = 11,2$$

Po úpravě:

$$0,55 \cdot I_1 + 0,35 \cdot I_2 = 13$$

$$0,35 \cdot I_1 + 0,73 \cdot I_2 = 11,2$$

Z první rovnice vyjádříme I_1 :

$$I_1 = \frac{13 - 0,35 \cdot I_2}{0,55} = 23,64 - 0,636 \cdot I_2$$

Dosadíme do druhé rovnice:

$$0,35 \cdot (23,64 - 0,636 \cdot I_2) + 0,73 \cdot I_2 = 11,2$$

Po úpravě:

$$0,5074 \cdot I_2 = 2,926$$

$$\text{Z toho } I_2 = \frac{2,926}{0,5074} = 5,767 \text{ A}$$

$$\text{Proud } I_1 = 23,64 - 0,636 \cdot I_2 = 23,64 - 0,636 \cdot 5,767 = 19,972 \text{ A}$$

$$\text{Proud zátěží } I_Z = I_1 + I_2 = 5,767 + 19,972 = 25,739 \text{ A}$$

Ad b)

$$\text{Napětí na zátěži bude } U_Z = R_Z \cdot I_Z = 0,35 \cdot 25,739 = 9,009 \text{ V}$$

Příklad 2.3 (napájení trakčního vedení ze dvou míst, výpočet veličin a efektivnosti):

Úsek stejnosměrné železniční tratě je napájen ze dvou stran, jak ukazuje obrázek 1. S uvažováním úbytků napětí na vedení i kolejnicích vypočítejte napětí na lokomotivě, její příkon, ztráty výkonu při přenosu a účinnost přenosu energie.

Zadáno:

vnitřní napětí napájecí stanice 1: $U_1 = 3600$ V vnitřní napětí napájecí stanice 2: $U_2 = 3300$ V

délka úseku 1: $l_1 = 8000$ m délka úseku 2: $l_2 = 11000$ m

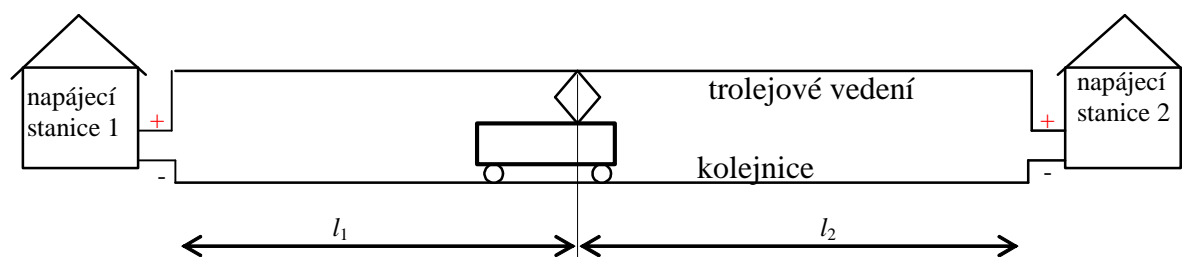
vnitřní odpor napájecí stanice 1: $R_{i1} = 0,1 \Omega$ vnitřní odpor napájecí stanice 2: $R_{i2} = 0,15 \Omega$

odpor trolejového vedení 1: $R_{v1} = 0,7 \Omega$ odpor trolejového vedení 2: $R_{v2} = 0,96 \Omega$

odpor kolejnic 1: $R_{k1} = 0,15 \Omega$ odpor kolejnic 2: $R_{k2} = 0,21 \Omega$

náhradní odpor lokomotivy: $R_L = 4,5 \Omega$

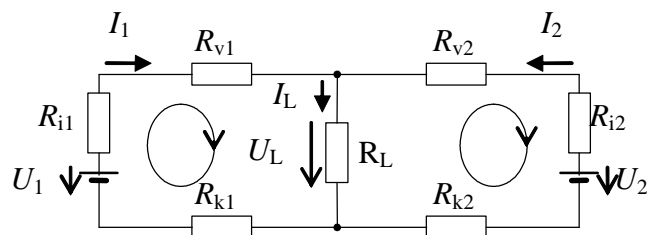
Určit: a) U_L , b) P_L , ΔP , c) η



Obr. 1. – Náčrt skutečné trakční situace

Ad a) Pro výpočet vyjdeme z náhradního schématu na obr. 2.

K řešení použijeme metodu Kirchhoffových rovnic. Sestavíme tři rovnice, dvě podle II. Kirchhoffova zákona a jednu podle I. Kirchhoffova zákona. Neznámými budou proudy. Napětí, která jsou ve směru šipek uvnitř smyčky budeme považovat za kladná, proudy vtékající do uzlu za kladné. Napětí na odporech vyjádříme z Ohmova zákona jako $R \cdot I$.



Obr. 2. – Náhradní schéma

Rovnice podle II. Kirchhoffova zákona pro levou

smyčku:

$$-U_1 + R_{i1} \cdot I_1 + R_{v1} \cdot I_1 + R_L \cdot I_L + R_{k1} \cdot I_1 = 0$$

Rovnice podle II. Kirchhoffova zákona pro pravou smyčku:

$$U_2 - R_{k2} \cdot I_2 - R_L \cdot I_L - R_{v2} \cdot I_2 - R_{i2} \cdot I_2 = 0$$

Rovnice podle I. Kirchhoffova zákona pro proudy:

$$I_1 + I_2 - I_L = 0$$

Po dosazení do rovnic:

$$-3600 + 0,1 \cdot I_1 + 0,7 \cdot I_1 + 4,5 \cdot I_L + 0,15 \cdot I_1 = 0$$

$$3300 - 0,21 \cdot I_2 - 4,5 \cdot I_L - 0,96 \cdot I_2 - 0,15 \cdot I_2 = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_L = 0$$

Po úpravě a dosazení $I_L = I_1 + I_2$:

$$0,1 \cdot I_1 + 0,7 \cdot I_1 + 4,5 \cdot (I_1 + I_2) + 0,15 \cdot I_1 = 3600$$

$$-0,21 \cdot I_2 - 4,5 \cdot (I_1 + I_2) - 0,96 \cdot I_2 - 0,15 \cdot I_2 = -3300$$

Po úpravě:

$$5,45 \cdot I_1 + 4,5 \cdot I_2 = 3600$$

$$4,5 \cdot I_1 + 5,82 \cdot I_2 = 3300 \quad | \cdot 5,45/4,5$$

Dostaneme:

$$5,45 \cdot I_1 + 4,5 \cdot I_2 = 3600 \quad (*)$$

$$5,45 \cdot I_1 + 7,048 \cdot I_2 = 3996,667$$

Rovnice odečteme a dostaneme:

$$-2,548 \cdot I_2 = -396,667$$

$$\text{Z toho: } I_2 = 155,678 \text{ A}$$

Z rovnice (*) potom:

$$I_1 = \frac{3600 - 4,5 \cdot 155,678}{5,45} = 532,01 \text{ A}$$

$$\text{Dále } I_L = I_1 + I_2 = 155,678 + 532,01 = 687,688 \text{ A}$$

$$\text{Napětí na lokomotivě } U_L = R_L \cdot I_L = 4,5 \cdot 687,688 = 3094,596 \text{ V}$$

$$\underline{\text{Ad b)}} \text{ Příkon lokomotivy } P_L = U_L \cdot I_L = 3094,596 \cdot 687,688 = 2\,128\,116,534 \text{ W}$$

Ztráty výkonu vypočítáme z rozdílu výkonů napájecích stanic a výkonu lokomotivy.

Výkony napájecích stanic:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 = 3600 \cdot 532,01 = 1\,915\,236 \text{ W}$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 3300 \cdot 155,678 = 513\,737,4 \text{ W}$$

Ztráty výkonu při přenosu energie:

$$\Delta P = P_1 + P_2 - P_L = 1\,915\,236 + 513\,737,4 - 2\,128\,116,534 = 300\,856,866 \text{ W}$$

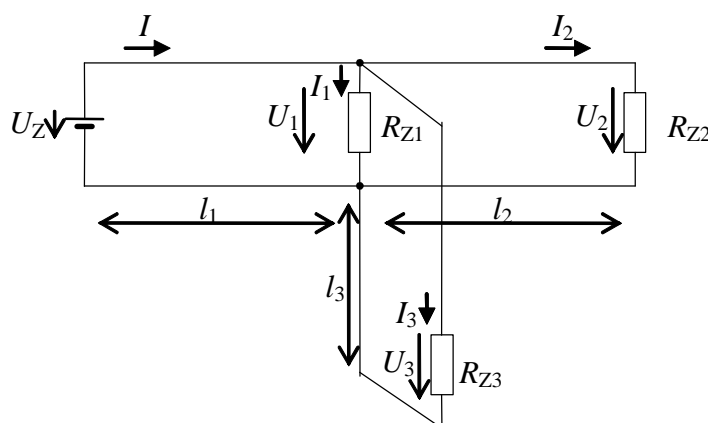
Ad c) Účinnost přenosu:

$$\eta = \frac{P_L}{P_1 + P_2} = \frac{2128116,534}{1915236 + 513737,4} = 0,876, \quad \eta_{(\%)} = \eta \cdot 100 = 0,876 \cdot 100 = 87,6 \%$$

Příklad 2.4 (napájení spotřebičů z jednoho zdroje, úbytky napětí na vedení):

Ze stejnosměrného zdroje jsou dvou vodičovým vedením z hliníku, zadané délky a průřezu, napájeny tři spotřebiče, jejichž odpor je známý.

Vypočítejte a) napětí na spotřebičích, b) proud tekoucí ze zdroje a c) proudy jednotlivými spotřebiči, přitom uvažujte úbytky napětí na vedení!



Zadáno:

$$U_Z = 220 \text{ V}$$

$$R_{Z1} = 200 \, \Omega \quad l_1 = 180 \text{ m}$$

$$R_{Z2} = 100 \, \Omega \quad l_2 = 65 \text{ m}$$

$$R_{Z3} = 140 \, \Omega \quad l_3 = 140 \text{ m}$$

$$S = 1 \text{ mm}^2$$

$$\rho_{Al} = 0,027 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$$

Určit:

$$U_1, U_2, U_3, I, I_1, I_2, I_3$$

Řešení:

Nejdříve vypočítáme odpory jednotlivých vedení:

$$R_{V1} = \rho \cdot \frac{l_1}{S} = 0,027 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{180}{1 \cdot 10^{-6}} = 4,86 \, \Omega$$

$$R_{V2} = \rho \cdot \frac{l_2}{S} = 0,027 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{65}{1 \cdot 10^{-6}} = 1,76 \, \Omega$$

$$R_{V3} = \rho \cdot \frac{l_3}{S} = 0,027 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{140}{1 \cdot 10^{-6}} = 3,78 \, \Omega$$

Náhradní schéma obvodu bude potom podle následujícího schématu (1).

Rezistory R_{V3} a R_{Z3} jsou zapojeny do série, rezistory R_{V2} a R_{Z2} také.

Vypočítáme výsledné hodnoty sériových kombinací:

$$R_3 = 2 \cdot R_{V3} + R_{Z3} = 2 \cdot 3,78 + 140 = 147,56 \, \Omega$$

$$R_2 = 2 \cdot R_{V2} + R_{Z2} = 2 \cdot 1,76 + 100 = 103,52 \, \Omega$$

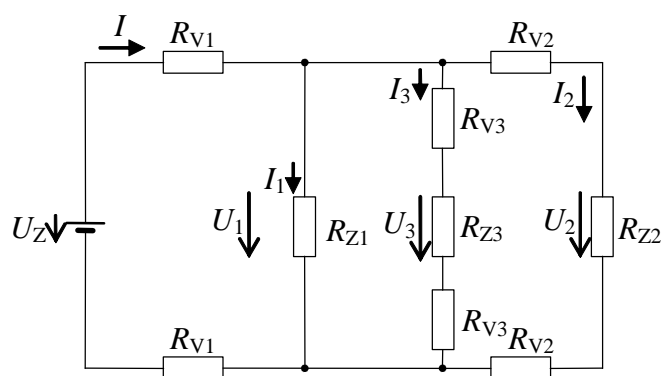


Schéma 1.

Zapojení se nám zjednoduší podle následujícího schématu (2), rezistory R_{Z1} , R_2 a R_3 jsou zapojeny paralelně, jejich výsledný odpor nazveme R_X .

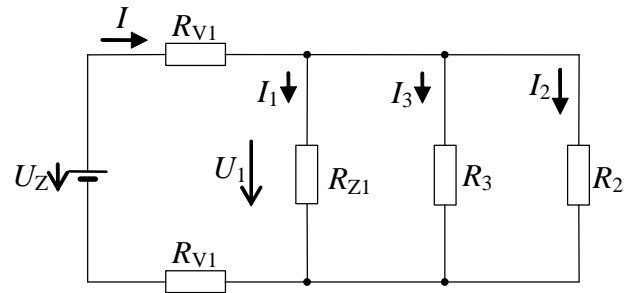


schéma 2.

$$R_X = \frac{1}{\frac{1}{R_{Z1}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{103,52} + \frac{1}{147,56}} = 46,64 \, \Omega$$

Zapojení se nám dále zjednoduší, jak ukazuje schéma (3). Výsledný odpor tří do série zapojených rezistorů bude:

$$R = 2 \cdot R_{V1} + R_X = 2 \cdot 4,86 + 46,64 = 56,36 \, \Omega$$

Proud ze zdroje I bude:

$$I = \frac{U_1}{R} = \frac{220}{56,36} = 3,903 \, \text{A}$$

Ze schématu (3) je vidět, že napětí U_1 můžeme vypočítat jako:

$$U_1 = R_X \cdot I = 46,64 \cdot 3,903 = 182,03 \, \text{V}$$

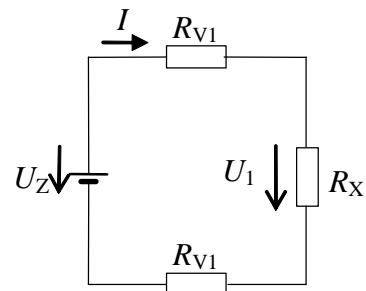


schéma 3

Ze schématu (2) je vidět, že proudy I_1 , I_2 a I_3 můžeme vypočítat jako:

$$I_1 = \frac{U_X}{R_{Z1}} = \frac{182,03}{200} = 0,91 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_X}{R_2} = \frac{182,03}{103,52} = 1,758 \, \text{A}$$

$$I_3 = \frac{U_X}{R_3} = \frac{182,03}{147,56} = 1,234 \, \text{A}$$

Ze schématu (1) je vidět, že napětí U_2 a U_3 můžeme vypočítat jako:

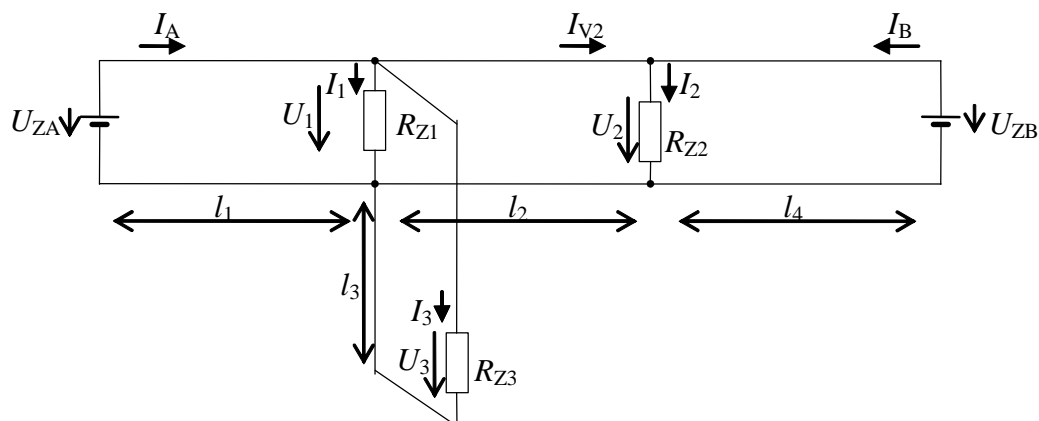
$$U_2 = R_{Z2} \cdot I_2 = 100 \cdot 1,758 = 175,8 \, \text{V}$$

$$U_3 = R_{Z3} \cdot I_3 = 140 \cdot 1,234 = 172,8 \, \text{V}$$

Příklad 2.5 (napájení ze dvou stran, úbytky napětí na vedení):

V předchozím příkladě nám vyšly úbytky napětí v místě spotřebičů příliš velké.

Předpokládejme, že situace se dá vylepšit tím, že k síti by se připojil ještě jeden zdroj, (napětí obou napájecích zdrojů nebudou zcela stejná). Vypočítejte napětí na spotřebičích a proudy, tekoucí v jednotlivých místech sítě.



Zadáno:

$$U_{ZA} = 220 \text{ V}$$

$$U_{ZB} = 210 \text{ V} \quad l_4 = 150 \text{ m}$$

$$R_{Z1} = 200 \, \Omega \quad l_1 = 180 \text{ m}$$

$$R_{Z2} = 100 \, \Omega \quad l_2 = 65 \text{ m}$$

$$R_{Z3} = 140 \, \Omega \quad l_3 = 140 \text{ m}$$

$$S = 1 \text{ mm}^2$$

$$\rho_{Al} = 0,027 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$$

Určit:

$$U_1, U_2, U_3, I_A, I_B, I_{V2}, I_1, I_2, I_3$$

Řešení:

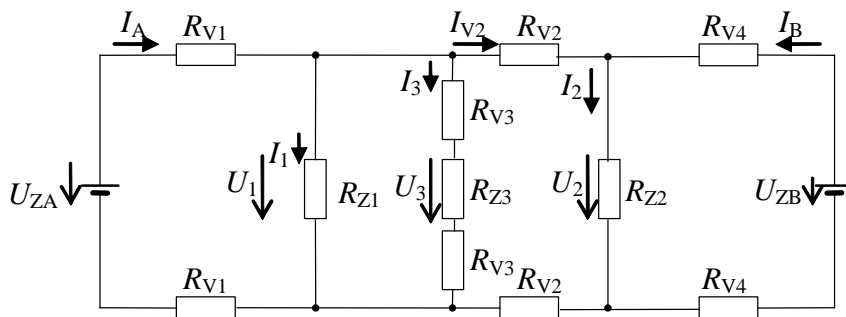
Odpory prvních tří vedení známe z minulého příkladu:

$$R_{V1} = 4,86 \, \Omega; \quad R_{V2} = 1,76 \, \Omega; \quad R_{V3} = 3,78 \, \Omega$$

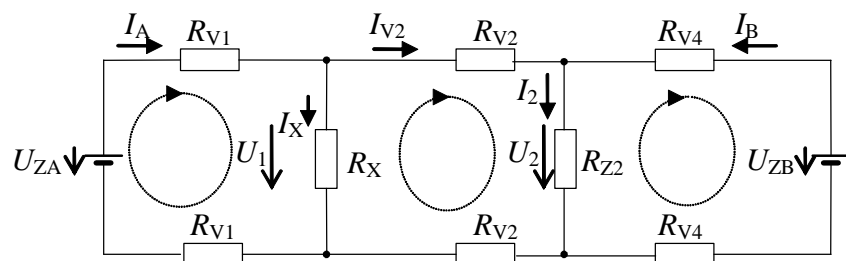
$$R_{V4} = \rho \cdot \frac{l_4}{S} = 0,027 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{150}{1 \cdot 10^{-6}} = 4,05 \, \Omega$$

Protože jsou v obvodu dva zdroje, jejichž napětí nemůžeme jednoduše sečíst, použijeme k řešení metodu Kirchhoffových rovnic. Náhradní schéma je na obrázku 1. Pro zjednodušení výpočtu nahradíme prvky R_{Z1} , R_{V3} a R_{Z3} jedním náhradním rezistorem R_X (obrázek 2).

Proudy I_1 , I_3 a napětí U_3 dopočítáme obdobně, jako při metodě postupného zjednodušování.



obr. 1.



obr. 2.

$$R_3 = 2 \cdot R_{V3} + R_{Z3} = 2 \cdot 3,78 + 140 = 147,56 \, \Omega$$

$$R_X = \frac{1}{\frac{1}{R_{Z1}} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{147,56}} = 84,91 \, \Omega$$

Pro obvod podle obrázku 2, sestavíme tři rovnice podle II. Kirchhoffova zákona (součty napětí ve smyčkách se rovnají nule) a dvě podle I. Kirchhoffova zákona (součty proudů v uzlech se rovnají nule). Šipkami jsou ve smyčkách naznačeny směry, ve kterých budeme napětí počítat, (napětí ve směru šipek jako kladná, proti směru jako záporná).

Úbytky napětí na odporech vyjádříme jako $R \cdot I$. Také musíme mít na paměti, že např. rezistorem R_{V2} v horní větvi i v dolní větvi protéká stejný proud I_{V2} .

$$\text{Pro první smyčku: } -U_{ZA} + R_{V1} \cdot I_A + R_X \cdot I_X + R_{V1} \cdot I_A = 0$$

$$\text{Pro druhou smyčku: } -R_X \cdot I_X + R_{V2} \cdot I_2 + R_{Z2} \cdot I_2 + R_{V2} \cdot I_2 = 0$$

$$\text{Pro třetí smyčku: } -R_{Z2} \cdot I_2 - R_{V4} \cdot I_B + U_{ZB} - R_{V4} \cdot I_B = 0$$

$$\text{Pro první uzel: } I_A - I_{V2} - I_X = 0$$

$$\text{Pro druhý uzel: } I_{V2} + I_B - I_2 = 0$$

Pro řešení soustavy rovnic můžeme použít libovolnou metodu. Zde použijeme metodu dosazovací. Tzn. do rovnic dosadíme číselné hodnoty a konstanty převedeme na pravou stranu:

$$2 \cdot 4,86 \cdot I_A + 84,91 \cdot I_X = 220$$

$$-84,91 \cdot I_X + 2 \cdot 1,76 \cdot I_{V2} + 100 \cdot I_{V2} = 0$$

$$-100 \cdot I_2 - 2 \cdot 4,05 \cdot I_B = -210$$

$$I_A - I_{V2} - I_X = 0 \quad \Rightarrow \quad I_A = I_{V2} + I_X \quad (\text{A})$$

$$I_{V2} + I_B - I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_B = I_2 - I_{V2} \quad (\text{B})$$

Do prvních dvou rovnic dosadíme za I_A a I_B .

$$9,72 \cdot (I_{V2} + I_X) + 84,91 \cdot I_X = 220$$

$$-84,91 \cdot I_X + 3,52 \cdot I_{V2} + 100 \cdot I_2 = 0$$

$$-100 \cdot I_2 - 8,1 \cdot (I_2 - I_{V2}) = -210$$

Dále upravíme:

$$94,63 \cdot I_X + 9,72 \cdot I_{V2} = 220 \quad (\text{C})$$

$$100 \cdot I_2 - 84,91 \cdot I_X + 3,52 \cdot I_{V2} = 0 \quad (\text{D})$$

$$-108,1 \cdot I_2 + 8,1 \cdot I_{V2} = -210 \quad (\text{E})$$

Z rovnice (E) vyjádříme proud I_2 :

$$I_2 = 1,9426 + 0,0749 \cdot I_{V2} \quad (\text{F})$$

Tento proud dosadíme do rovnice (D):

$$100 \cdot (1,9426 + 0,00749 \cdot I_2) - 84,91 \cdot I_X + 3,52 \cdot I_{V2} = 0$$

Rovnici dále upravíme a spolu s rovnicí (C) máme nyní dvě rovnice o dvou neznámých:

$$-84,91 \cdot I_X + 11,01 \cdot I_{V2} = -194,26$$

$$94,63 \cdot I_X + 9,72 \cdot I_{V2} = 220$$

Z první rovnice si vyjádříme proud I_{V2} :

$$I_{V2} = -17,64 + 7,7121 \cdot I_X \quad (G)$$

Tento proud dosadíme do druhé rovnice:

$$94,63 \cdot I_X + 9,72 \cdot (-17,64 + 7,7121 \cdot I_X) = 220$$

$$\text{Po úpravě: } 169,59 \cdot I_X = 391,46$$

$$\text{Z toho: } I_X = 2,308 \text{ A}$$

$$\text{Dosazením do vztahu (G) dostaneme: } I_{V2} = -17,64 + 7,7121 \cdot 2,308 = 0,162 \text{ A}$$

$$\text{Dosazením do vztahu (F) dostaneme: } I_2 = 1,9426 + 0,0749 \cdot 0,162 = 1,955 \text{ A}$$

$$\text{Dosazením do vztahu (A) dostaneme: } I_A = 0,162 + 2,308 = 2,47 \text{ A}$$

$$\text{Dosazením do vztahu (B): } I_B = 1,955 - 0,162 = 1,793 \text{ A}$$

Podle schématu na obrázku 2 můžeme vypočítat U_1 :

$$U_1 = R_X \cdot I_X = 84,91 \cdot 2,308 = 195,97 \text{ V}$$

Podle schématu na obrázku 1 můžeme vypočítat proudy I_1 a I_3 .

$$I_1 = \frac{U_X}{R_{Z1}} = \frac{195,97}{200} = 0,9798 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_X}{R_3} = \frac{195,97}{147,56} = 1,3281 \text{ A}$$

Dále určíme napětí U_2 a U_3 :

$$U_2 = R_{Z2} \cdot I_2 = 100 \cdot 1,955 = 195,5 \text{ V}$$

$$U_3 = R_{Z3} \cdot I_3 = 140 \cdot 1,3281 = 185,93 \text{ V}$$

Závěr: Srovnáme-li tyto výsledky s výsledky z minulého příkladu (kdy byla síť napájena pouze z jednoho zdroje) vidíme, že napětí na spotřebičích je o něco vyšší, i když úbytky jsou stále příliš velké.

Příklad 2.6 (změna odporu vlivem oteplení procházejícím proudem):

Je potřeba určit teplotu vinutí asynchronního motoru při dlouhodobém provozu (vinutí se vlivem ztrát zahřívá).

K zjištění teploty bylo použito měření odporu vinutí za studena a za tepla Ohmovou metodou (připojením stejnosměrného zdroje 6 V a změřením proudu).

Zadáno:

stejnosměrné napětí $U = 6 \text{ V}$

stejnosměrný proud za studena $I_0 = 4,4 \text{ A}$

teplota okolí $\vartheta_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Stejnosměrný proud po zahřátí $I_1 = 3,5 \text{ A}$

materiál vinutí měď, koeficient teplotní

závislosti odporu $\alpha_{\text{Cu}} = 0,0038 \text{ K}^{-1}$

Určit:

Teplotu vinutí za provozu (po zahřátí) ϑ_1 .

Řešení:

V náhradním schématu (které je pouze pro jednu fázi) vidíme, že vinutí motoru má indukčnost a odpor. Při napájení stejnosměrným proudem v ustáleném stavu se indukčnost neuplatní. Proud je dán pouze velikostí stejnosměrného napětí a odporu vinutí.

Vypočítáme tedy odpor vinutí za studena, zde předpokládáme, že vinutí má teplotu okolí a po zahřátí.

Ze vztahu pro teplotní závislost odporu kovových materiálů určíme teplotu vinutí za provozu.

$$\text{Odpor za studena } R_0 = \frac{U}{I_0} = \frac{6}{4,4} = 1,3637 \, \Omega,$$

$$\text{odpor po oteplení } R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{6}{3,5} = 1,7143 \, \Omega.$$

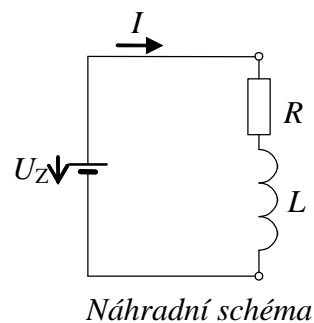
$$\text{Vztah pro změnu teploty s odporem } R_\vartheta = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \Rightarrow \Delta\vartheta = \frac{R_\vartheta - R_0}{R_0 \cdot \alpha},$$

za odpor R_ϑ dosadíme odpor za provozu R_1 .

$$\text{Potom } \Delta\vartheta = \frac{R_1 - R_0}{R_0 \cdot \alpha} = \frac{1,7143 - 1,3637}{1,3637 \cdot 0,0038} = 66,79 \, ^\circ\text{C},$$

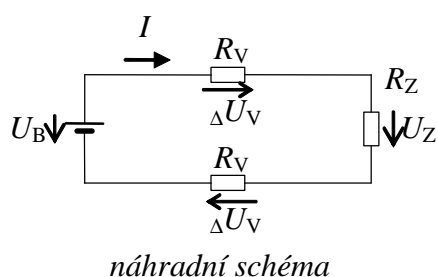
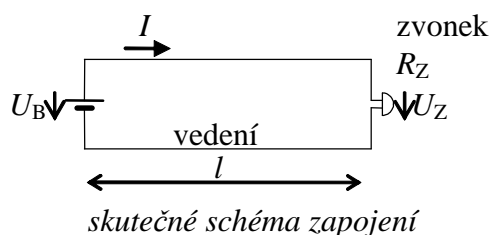
Vypočítané oteplení je oteplení oproti počáteční teplotě, tedy teplotě okolí. Skutečná teplota vinutí za provozu tedy bude:

$$\vartheta_1 = \Delta\vartheta + \vartheta_0 = 66,79 + 20 = 86,79 \, ^\circ\text{C}$$



Příklad 2.7 (určení potřebného napájecího napětí s respektováním úbytku na vedení):

Máme zvonek připojený k baterii relativně dlouhým dvou vodičovým vedením, vypočítejte potřebné napětí napájecí baterie, jsou-li zadány následující parametry:



Zadáno:

Jmenovité napětí zvonku $U_Z = 6 \text{ V}$

Jmenovitý proud zvonku $I_Z = 0,6 \text{ A}$

Délka vedení $l = 70 \text{ m}$

Průřez vodiče $S = 0,5 \text{ mm}^2$

Měrný odpor mědi $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \cdot 10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$

Určit:

Potřebné napětí baterie U_B .

Řešení:

Jak je vidět v náhradním schématu, nahradili jsme oba přívodní vodiče jejich odpory R_V a zvonek jeho odporem R_Z . Na odporech přívodních vodičů vzniknou úbytky napětí ΔU_V .

Odpor zvonku R_Z nepotřebujeme znát (známe jeho jiné jmenovité veličiny), vypočítáme tedy

$$\text{odpor vodiče: } R_V = \rho_{\text{Cu}} \cdot \frac{l}{S} = 0,0175 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{70}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 2,45 \Omega$$

Bude-li obvodem procházet jmenovitý proud zvonku, bude na jednom vodiči úbytek napětí:

$$\Delta U_V = I_Z \cdot R_V = 0,6 \cdot 2,45 = 1,47 \text{ V}$$

Potřebné napětí baterie bude $U_B = U_Z + 2 \cdot \Delta U_V = 6 + 2 \cdot 1,47 = 8,94 \text{ V}$.

Příklad 2.8 (určení hodnot - předřadného rezistoru a bočníku pro elektrodynamické měřidlo) :

Elektrodynamický měřicí systém analogového měřicího přístroje, jehož napětí a proud při maximální výchylce (rozsahu) je 0,3 V a 1 mA.

Zadáno: $U_m = 0,3 \text{ V}$, $I_m = 1 \text{ mA}$

Určete:

a) Parametry (R_P a P_P) předřadného rezistoru, chceme-li z měřicího systému postavit voltmetr s rozsahem 10 V.

b) Parametry (R_B a P_B) bočníku (rezistoru), chceme-li z měřicího systému postavit ampérmetr s rozsahem 10 A.

Řešení:

Měřicí systém je základem analogového měřicího přístroje. Může být použit jak pro měření proudu, tak i napětí. V našem případě můžeme použít samotný systém k měření proudů do 1 mA, nebo napětí do 0,3 V.

Připojíme-li k měřicímu systému sériově *předřadný rezistor*, získáme voltmetr s vyšším rozsahem, připojíme-li k němu paralelně rezistor (*zvaný bočník*), získáme ampérmetr s vyšším rozsahem.

Ad a)

Odpor předřadného rezistoru musíme navrhnout tak, aby když bude napětí $U = 10 \text{ V}$ bylo na měřicím systému přesně napětí $U_m = 0,3 \text{ V}$.

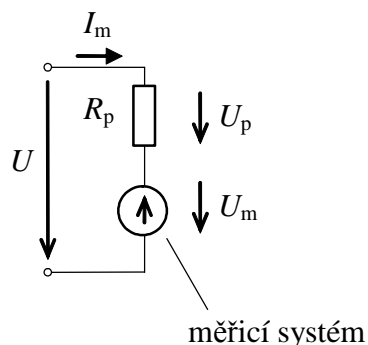
$$U_p = U - U_m = 10 - 0,3 = 9,7 \text{ V}$$

Předřadným rezistorem i měřicím systémem protéká stejný proud, při plné výchylce je to proud $I_m = 1 \text{ mA}$.

$$R_p = \frac{U_p}{I_m} = \frac{9,7}{0,001} = 9700 \Omega$$

Výkon na předřadném rezistoru (při měřeném napětí 10 V):

$$P_p = U_p \cdot I_m = 9,7 \cdot 0,001 = 0,0097 \text{ W} = 9,7 \text{ mW}.$$



Ad b)

Odpor bočníku musíme navrhnout tak, aby při proudu $I = 10 \text{ A}$ protékal měřicím systémem proud 1 mA .

$$I_b = I - I_m = 10 - 0,001 = 9,999 \text{ A}.$$

Na bočníku i na měřicím systému je stejné napětí, při plné výchylce je to napětí $U_m = 0,3 \text{ V}$.

$$R_b = \frac{U_m}{I_b} = \frac{0,3}{9,999} = 0,03 \, \Omega$$

$$P_b = U_m \cdot I_b = 0,3 \cdot 9,999 = 3 \text{ W}$$

